Université du Havre
UFR des Sciences et Techniques
Licence Sciences, Technologies, Santé
(2ème année)
Projet de méthodes numériques

Novembre 2016

Ce projet concerne l'étude de la méthode de Newton appliqué à la recherche des solutions de l'équation :

$$f(x) = x^4 - 10x^3 - 15x^2 + 24 = 0. \tag{1}$$

1 Le cas où $x_0 \in \mathbb{R}$

1. Étudier théoriquement le comportement asymptotique de la suite générée par la méthode de Newton selon la valeur initiale x_0.
2. Écrire un programme sous Scilab, donnant une partition d'un intervalle significatif borné de $\mathbb{R}$ de conditions initiales x_0 selon le comportement asymptotique de la suite, obtenue numériquement par la méthode de Newton. On cherchera à colorier l'intervalle selon des couleurs caractérisant le comportement asymptotique.

2 Le cas où $x_0 \in \mathbb{C}$

On suppose maintenant que $x_0 \in \mathbb{C}$. Écrire un programme sous Scilab, donnant une partition de l'ensemble de conditions initiales x_0 dans un pavé $I \times J \subset \mathbb{R}^2$ selon le comportement asymptotique de la suite, obtenue numériquement par la méthode de Newton. On cherchera à colorier le pavé selon des couleurs caractérisant le comportement asymptotique.

3 Généralisation de la méthode de Newton

1. Déterminer la fonction :
$$F : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \mapsto & \mathbb{R}^2 \\ (a,b) & \to & (F_1(a,b), F_2(a,b)) \end{array}$$
telle que pour tout $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, on ait :
$$F_1(a,b) + iF_2(a,b) = f(a+ib). \tag{2}$$
2. Généraliser la méthode de Newton pour la recherche des solutions de l'équation de
$$H(X) = 0, \tag{3}$$
où $X \in \mathbb{R}^2$ et H est une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$.
3. Implémenter ce nouvel algorithme pour la recherche des solutions de l'équation $F(X) = 0$ et comparer les résultats avec les résultats obtenus dans les deux premières parties du projet.