Feuille de TP 1

Exercice 1.

1. Calculer la valeur des plus petit et plus grand nombres normalisé avec le format simple précision. Même question avec le format double précision.
2. Ajouter +1 au plus grand double obtenu. Que constatez vous ?
3. Qu'obtenez vous si vous multipliez cette valeur par 2 ?
4. Caluler $0/0$.

Exercice 2. Soit l'équation du second degré :

$$p(x) = x^2 - 160x + 1 = 0 \tag{1}$$

1. Calculer numériquement les valeurs x_1 et x_2 ($x_1 < x_2$) des deux solutions de l'équation en utilisant les formules usuelles.
2. Calculer $p(x_1)$ et $p(x_2)$. Que constatez vous ?
3. Déterminer la nouvelle valeur numérique $\tilde{x}_1$ en utilisant
$$\tilde{x}_1 = \frac{1}{x_2}.$$
Calculer $p(\tilde{x}_1)$. Que constatez vous ?
4. Pouvez-vous proposer une explication de ce phénomène ?

Exercice 3. Un calcul approché de π

1. Montrer que :
$$\lim_{n\to+\infty} n\sin(\frac{\pi}{n}) = \pi.$$
2. On pose
$$x_k = 2^k \sin(\frac{\pi}{2^k}).$$
Montrer que pour tout nombre réel α compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ on a
$$\sin(\frac{\alpha}{2}) = \sqrt{\frac{1}{2}\big(1 - \sqrt{1-\sin^2\alpha}\big)}$$
et en déduire que
$$x_{k+1} = 2^k\sqrt{2\big(1 - \sqrt{1-(x_k/2^k)^2}\big)}.$$
3. Ecrire un programme qui calcule la valeur de x_n. Qu'observe t'on numériquement lorsque n tend vers $+\infty$? Pouvez-vous proposer une explication de ce phénomène ?
4. Montrer que pour tout nombre réel α compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ on a
$$\sin(\frac{\alpha}{2}) = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{2\big(1+\sqrt{1-\sin^2\alpha}\big)}}$$
puis que
$$x_{k+1} = \frac{2x_k}{\sqrt{2\big(1+\sqrt{1-(x_k/2^k)^2}\big)}}.$$
5. Ecrire un programme qui calcule la valeur de x_n à l'aide de cette nouvelle formule. Qu'observe t'on numériquement lorsque n tend vers $+\infty$? Cet algorithme est-il meilleur que le précédent ?
(*On pourra comparer avec l'approximation suivante de π à dix-huit décimales :* $\pi \simeq 3.141592653589793238...$)