

Feuille de TP6

Le but de ce TP est d'implémenter la méthode de factorisation $A = LU$ ainsi que de l'appliquer pour différents calculs.

1. Proposer un algorithme permettant de calculer la factorisation LU d'une matrice.
2. Dans un répertoire TP6, implémenter une classe `sysLin`, qui outre les données matrice A , vecteur b et les constructeurs contient une fonction `facLU()` qui, à partir de la matrice A renvoie une matrice contenant L dans sa partie triangulaire inférieure et U dans sa partie triangulaire supérieure.
3. Donner la décomposition LU de la matrice A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 3 & 4 & 3 \\ -2 & -6 & -12 & -13 & -14 \\ 4 & 12 & 9 & 13 & 36 \\ 8 & -3 & -27 & -43 & 8 \end{pmatrix}.$$

4. Comment peut-on calculer le déterminant de A lorsqu'on connaît la décomposition LU ? Ajouter quelques lignes à la fonction précédente pour qu'elle affiche également le déterminant de A .
5. Implémenter une fonction `x = resoutLU()` qui renvoie la solution du système $Ax = b$, grâce à la méthode de factorisation LU .
6. Résoudre le système $Ax = b$ à l'aide de la fonction `resoutLU`, pour

$$b = \begin{pmatrix} 70 \\ 50 \\ -172 \\ 287 \\ -211 \end{pmatrix}.$$

7. Dans une nouvelle classe `sysLinM` héritière de `sysLin`, implémenter une fonction `ResoutLuM` qui résout le système :

$$AX = B$$

où $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, $B \in \mathbb{R}^{n,p}$. Calculer X pour

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 55 \\ 5 & 12 & 49 \\ -7 & -4 & -125 \\ -22 & -114 & 190 \\ -67 & -247 & -240 \end{pmatrix}.$$

8. Calculer l'inverse de la matrice A .