

Feuille de TP7

Le but de ce TP est d'implémenter la méthode de factorisation $A = LU$ ainsi que de l'appliquer pour différents calculs.

1. Proposer un algorithme permettant de calculer la factorisation LU d'une matrice.
2. Dans un fichier nommé "TP7.sci", implémenter une fonction $FacLU(A)$ qui, à partir d'une matrice donnée A , renvoie une matrice contenant L dans sa partie triangulaire inférieure et U dans sa partie triangulaire supérieure.
3. Donner la décomposition LU de la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 & 5 & 6 \\ 4 & 9 & -7 & 12 & 13 \\ 6 & 12 & -9 & 16 & 20 \\ 6 & 6 & -17 & 17 & 16 \\ -4 & -3 & 15 & -17 & -8 \end{pmatrix}.$$

4. Comment peut-on calculer le déterminant de A lorsqu'on connaît la décomposition LU ? Ajouter quelques lignes à la fonction précédente pour qu'elle renvoie également le déterminant de A .
5. Implémenter une fonction $x = resoutLU(A, b)$ qui à partir d'une matrice A et d'un vecteur b renvoie la solution du système $Ax = b$.
6. Résoudre le système $Ax = b$ à l'aide de la fonction $resoutLU$, pour

$$b = \begin{pmatrix} 5 \\ 15 \\ 33 \\ -10 \\ 28 \end{pmatrix}.$$

7. Implémenter une fonction $X = ResoutLU2(A, B)$ qui à partir des données d'une matrice $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ et d'une matrice $B \in \mathbb{R}^{n,p}$ retourne la matrice X telle que $AX = B$. Calculer X pour

$$B = \begin{pmatrix} 78 & 45 & 107 \\ 160 & 63 & 356 \\ 231 & 86 & 491 \\ 259 & 213 & 124 \\ -197 & -201 & 6 \end{pmatrix}.$$

8. En déduire une fonction $C = Inverse(A)$ qui renvoie l'inverse de la matrice A .